

**“CONSTRUCCIÓN DE PUENTE VEHICULAR PARA  
CRUCE DEL RÍO ORIZABA ENTRE CALLE PONIENTE 13  
Y ORIENTE 14 EL MUNICIPIO DE ORIZABA, VER.”**

**ESTUDIO HIDROLÓGICO**

**ELABORÓ**

**ING. ERIKA CASTILLO BARRADAS**

CED. 5055783

**CONSTRUCCIÓN, TOPOGRAFÍA Y PROYECTOS**



## Contenido

Contenido.....	A
Índice de Tablas.....	B
Índice de Ilustraciones.....	C
Índice de Ecuaciones.....	D
1. OBJETIVOS.....	1
2. LOCALIZACIÓN.....	1
3. METODOLOGÍA.....	3
4. CARACTERÍSTICAS FISIAGRÁFICAS DE LA CUENCA.....	4
4.1. GENERALIDADES.....	4
4.2. TIPO DE SUELO.....	9
5. DATOS HIDROLÓGICOS.....	12
5.1. DESCRIPCIÓN DE LA CUENCA.....	12
5.2. INFORMACIÓN CLIMATOLÓGICA.....	13
6. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS REGISTROS CLIMATOLÓGICOS.....	15
6.1. CONCEPTOS BÁSICOS.....	15
6.2. FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD.....	20
6.3. ANÁLISIS DE PRECIPITACIONES.....	31
7. ANÁLISIS DE ESCURRIMIENTOS.....	33
7.1. MÉTODO RACIONAL BÁSICO.....	34
7.2. MÉTODO DEL HIDROGRAMA TRIANGULAR UNITARIO.....	36
7.3. MÉTODO DE VEN TE CHOW.....	38
8. CURVAS INTENSIDAD-DURACIÓN-PERÍODO DE RETORNO (i-d-Tr).....	39
9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	40
10. REFERENCIAS.....	42



## Índice de Tablas

Tabla 1.- Relación de Áreas en la Cuenca de Estudio.....	8
Tabla 2. Características Fisiográficas de la Cuenca del Río Orizaba. ....	12
Tabla 3. Selección de los tipos de suelo para condiciones de humedad previa y edafología.....	13
Tabla 4. Estaciones climatológicas de mayor influencia en la cuenca. ....	13
Tabla 5. Registro de Precipitaciones Máximas por año en la cuenca .....	14
Tabla 6. Precipitaciones de diseño para cada Tr analizado.....	33
Tabla 7. Valores de $T_c, T_r, K, HPd$ e $I$ – Método Racional Básico. ....	35
Tabla 8. Gastos de diseño para cada Tr analizado mediante el Método Racional Básico. ....	36
Tabla 9. Gastos de diseño para cada Tr analizado mediante el Método Racional Básico. ....	37
Tabla 10. Gastos de diseño para cada Tr analizado mediante el Método de Ven Te Chow. ....	39
Tabla 11. Precipitaciones de diseño para cada Tr analizado.....	41
Tabla 12. Gastos de diseño para cada Tr analizado. ....	41



## Índice de Ilustraciones

Ilustración 1.- Macrolocalización del Municipio de Orizaba, Ver.....	1
Ilustración 2.- Microlocalización del Municipio de Orizaba, Ver. (Imagen Satelital). ....	2
Ilustración 3.- Localización del Sitio de Estudio. (Carta Topográfica E14B56-Orizaba).....	2
Ilustración 4.- Localización del Sitio de Estudio. (Imagen Satelital). ....	3
Ilustración 5.- Detalles de la Estación Climatológica 30120. (Datos de Identificación). ....	4
Ilustración 6.- Cuenca de la Corriente Principal de Río Orizaba. (Imagen Satelital). ....	5
Ilustración 7.- Información de Rasgos – Red Hidrográfica. ....	6
Ilustración 8.- Información de Rasgos – Coeficiente de Esguerrimiento. ....	6
Ilustración 9.- Información de Rasgos – Dimensiones (Cuenca 1:50000). ....	6
Ilustración 10.- Información de Rasgos – Dimensiones (Subcuenca 1:50000). ....	7
Ilustración 11.- Cuenca correspondiente al Sitio de Estudio. (Imagen Satelital). ....	7
Ilustración 12.- Cuenca correspondiente al Sitio de Estudio - Condiciones de Suelo. (Imagen Satelital). ....	8
Ilustración 13.- Características Edafológicas del Sitio de Estudio. (CONABIO - 1994). ....	9
Ilustración 14.- Carta de Geológica. (CONABIO - 1994). ....	10
Ilustración 15.- Mapa de Uso de Suelo y Vegetación.....	11
Ilustración 16.- Índices del Cauce Principal del Río Orizaba.....	12
Ilustración 17.- Registro de Precipitaciones Máximas por año en la cuenca.....	14
Ilustración 18.- Localización de la Estación Climatológica Orizaba (OBS) - 30120.....	15
Ilustración 19.- Distribución de Probabilidad – Método de Máxima Verosimilitud. ....	18
Ilustración 20.- Gráfica resumen de EEA – Método de Máxima Verosimilitud.....	32
Ilustración 21.- Análisis Estadístico – Función General de Valores Extremos.....	32
Ilustración 22.- Bases del Método del Histograma Triangular Unitario –.....	36
Ilustración 22.- Gráfica del Factor de Reducción “Z” –.....	38



Handwritten signature in blue ink, possibly reading 'R. P. C.', with a red 'C' below it.

## Índice de Ecuaciones

Ecuación 1. Pendiente - Taylor/Schwars .....	13
Ecuación 2. Período de Retorno .....	15
Ecuación 3. Función de Densidad de Probabilidad .....	16
Ecuación 4. Función de Distribución de Probabilidad Acumulada .....	16
Ecuación 5. Probabilidad de No Excedencia.....	17
Ecuación 6. Método de Momentos - Media .....	17
Ecuación 7. Método de Momentos – Desviación Estándar .....	17
Ecuación 8. Método de Momentos – Coeficiente de Asimetría .....	18
Ecuación 9. Método de Momentos – Curtosis .....	18
Ecuación 10. Método de Máxima Verosimilitud - Función de Verosimilitud.....	18
Ecuación 11. Error Cuadrático .....	19
Ecuación 12. Error Estándar de Ajuste .....	19
Ecuación 13. Distribución Normal - fdp.....	20
Ecuación 14. Distribución Normal - FDP.....	21
Ecuación 15. Distribución Exponencial (1 parámetro) - FDP.....	21
Ecuación 16. Distribución Exponencial (1 parámetro) - fdp.....	21
Ecuación 17. Distribución Exponencial (2 parámetros) - FDP .....	22
Ecuación 18. Distribución Exponencial (1 parámetro) - fdp.....	22
Ecuación 19. Distribución Log Normal (2 parámetros) – fdp .....	23
Ecuación 20. Distribución Log Normal (2 parámetros) – FDP .....	23
Ecuación 21. Distribución Log Normal (3 parámetros) – fdp .....	24
Ecuación 22. Distribución Log Normal (3 parámetros) – FDP .....	24
Ecuación 23. Distribución Gamma (2 parámetros) – fdp .....	25
Ecuación 24. Distribución Gamma (2 parámetros) – FDP .....	25
Ecuación 25. Distribución Gamma (3 parámetros) – fdp .....	26
Ecuación 26. Distribución Gamma (3 parámetros) – FDP .....	26
Ecuación 27. Distribución Log Pearson Tipo III – fdp .....	27
Ecuación 28. Distribución Log Pearson Tipo III – FDP .....	27
Ecuación 29. Distribución Log Pearson Tipo III – fdp .....	29
Ecuación 30. Distribución Log Pearson Tipo III – FDP .....	29
Ecuación 31. Distribución de Gumbel – fdp .....	30
Ecuación 32. Distribución de Gumbel– FDP .....	30
Ecuación 33. Distribución de Gumbel Doble – FDP.....	31
Ecuación 34. Distribución de Gumbel Doble – fdp.....	31
Ecuación 35. Precipitación Máxima Puntual .....	33
Ecuación 36. Gasto Máximo – Método Racional Básico .....	34
Ecuación 37. Gasto Máximo – Método Hidrograma Triangular Unitario.....	37
Ecuación 38. Gasto Máximo – Método de Ven Te Chow .....	38
Ecuación 38. Intensidad de Precipitación – Curvas i-d-Tr .....	39



## 1. OBJETIVOS

El principal objetivo de este estudio es describir la metodología empleada para la implementación de la propuesta que se hace en el proyecto ejecutivo denominado **“CONSTRUCCIÓN DE PUENTE VEHICULAR PARA CRUCE DEL RÍO ORIZABA ENTRE CALLE PONIENTE 13 Y ORIENTE 14 EL MUNICIPIO DE ORIZABA, VER.”**

## 2. LOCALIZACIÓN

La ciudad de Orizaba está situada en el (Estado de Veracruz de Ignacio de la Llave). Hay **123,182** habitantes al 2020. El sitio de estudio se encuentra entre la Av. Poniente 13 y Oriente 14 entre la colonia Urbana Librado Rivera y la colonia Centro dentro de la ciudad de Orizaba, Veracruz en las coordenadas  $18^{\circ} 50' 32.80''$  N y  $97^{\circ} 06' 08.36''$  O.

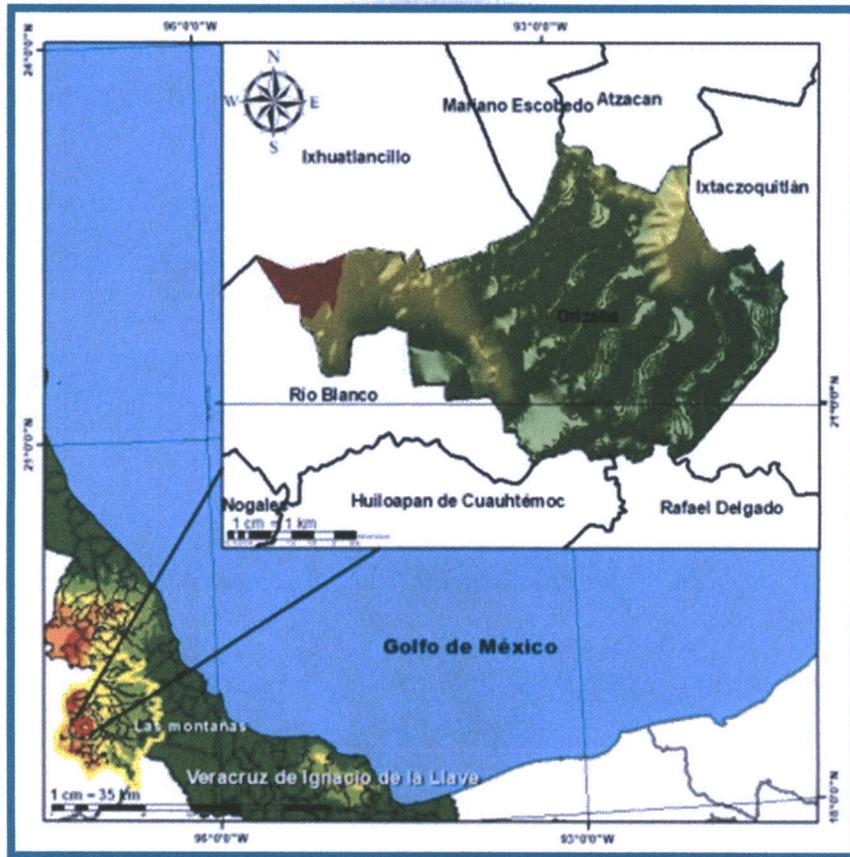


Ilustración 1.- Macrolocalización del Municipio de Orizaba, Ver.

- Fuente: Cuadernillo Municipal Orizaba 2023. -



Ilustración 2.- Microlocalización del Municipio de Orizaba, Ver. (Imagen Satelital).

- Fuente: Google Earth. -

La cuenca de estudio correspondiente a la Región hidrológica del Papaloapan RH28Av. En las Ilustración 3 se puede ver el sitio de estudio, a continuación, una imagen de la carta topográfica del INEGI ORIZABA E14B56 y en la Ilustración 4 la imagen satelital correspondiente al sitio de estudio y el Río Orizaba colindante.



Ilustración 3.- Localización del Sitio de Estudio. (Carta Topográfica E14B56-Orizaba).

- Fuente: Carta Topográfica E14B56 (INEGI). -



Ilustración 4.- Localización del Sitio de Estudio. (Imagen Satelital).

- Fuente: Google Earth. -

### 3. METODOLOGÍA

Para la ejecución del estudio hidrológico de la cuenca del Río Orizaba, de la Región hidrológica 28 del Río Papaloapan, es importante identificar si existen estaciones hidrométricas o climatológicas cercanas a la zona de estudio, recopilar la información con que cuenten y verificar que sea confiable; posteriormente se seguirá la siguiente metodología:

- a) Conocer las características del sitio de estudio.
- b) Localizar la zona de estudio dentro de la región hidrológica correspondiente.
- c) Determinar de las características principales de la cuenca, como son: Área, longitud del cauce principal, centro de gravedad, perfil longitudinal del cauce principal, desnivel y su pendiente promedio.
- d) Determinar usos de suelo y vegetación de la cuenca en estudio.
- e) Recopilación de información de estaciones climatológicas y/o hidrométricas cercanas a la zona de estudio, en este caso resultó ser únicamente la estación climatológica de ORIZABA (OBS) 30120.
- f) Verificar que la estación cuente con datos suficientes, confiables y precisos, para la correcta ejecución del análisis hidrológico.

A handwritten signature in blue ink, located in the bottom right corner of the page. The signature is stylized and appears to be the name of the author or reviewer.

- g) Realizar el análisis estadístico de las estaciones utilizadas.
- h) Determinar los gastos correspondientes para los periodos de retorno (Tr) de 2, 5, 10, 15, 20, 25, 50, 75, 100, 200, 500 y 1000 años, mediante modelos de lluvia-escurrimiento, realizando una comparación con los obtenidos mediante las Curvas (i-d-Tr)

Considerando la proximidad al sitio de estudio se consideró para el análisis estadístico la estación climatológica ORIZABA (OBS) 30120, la cual dispone de datos desde el año 1951 hasta el año 2023.

30120	
CLAVE	30120
NOMBRE	ORIZABA (OBS)
MUNICIPIO	Orizaba
ESTADO	VERACRUZ DE IGNACIO DE LA LLAVE
ORG_CUENCA	GOLFO CENTRO
CUENCA	RIO PAPALOAPAN
SUBCUENCA	RIO BLANCO
TIPO_EST	OBSERVATORIO
ORGANISMO	CONAGUA-SMN
INICIO	01/01/1981
MAS_RECIENTE	30/08/2009
SITUACION	OPERANDO
LONGITUD	-97.1
LATITUD	18.85
ALTITUD	1237
DIARIOS	<a href="https://smn.conagua.gob.mx/tools/RECURSOS/Normales_Climatologicas/Diarios/ver/dia30120.TXT">https://smn.conagua.gob.mx/tools/RECURSOS/Normales_Climatologicas/Diarios/ver/dia30120.TXT</a>
MENSUALES	<a href="https://smn.conagua.gob.mx/tools/RECURSOS/Normales_Climatologicas/Mensuales/ver/mes30120.TXT">https://smn.conagua.gob.mx/tools/RECURSOS/Normales_Climatologicas/Mensuales/ver/mes30120.TXT</a>
EXTREMOS	<a href="https://smn.conagua.gob.mx/tools/RECURSOS/Normales_Climatologicas/Med-Extr/ver/medex30120.TXT">https://smn.conagua.gob.mx/tools/RECURSOS/Normales_Climatologicas/Med-Extr/ver/medex30120.TXT</a>

Cómo llegar: [A aquí](#) - [De aquí](#)

Ilustración 5.- Detalles de la Estación Climatológica 30120. (Datos de Identificación).

- Fuente: Información de Estaciones Climatológicas CONAGUA. -

## 4. CARACTERÍSTICAS FISIAGRÁFICAS DE LA CUENCA

En el presente capítulo se abordarán las características fisiográficas de la cuenca, localización, dimensiones, coeficiente de escurrimiento, entre otras.

### 4.1. GENERALIDADES

En la Colonia Urbana Librado Rivera de la ciudad de Orizaba, se encuentra el sitio de proyecto, cabe mencionar que este escurrimiento del cauce que nos ocupa es la parte intermedias de la cuenca, que se forma desde el Citlaltépetl (Pico de Orizaba), bajando hacia la mancha urbana, donde la urbanización conduce el agua por un cauce importante que atraviesa la ciudad y presenta andadores, el escurrimientos se aprecia sin dificultad en



el sitio SIATL (Simulador de flujos de agua de cuencas hidrográficas), como se puede observar en la Ilustración 14.



Ilustración 6.- Cuenca de la Corriente Principal de Río Orizaba. (Imagen Satelital).  
- Fuente: Simulador de Flujos de Agua de Corrientes Hidrográficas [SIATL] (INEGI). -

De igual manera, el SIATL proporciona información relevante sobre los rasgos de la cuenca; tales como la descripción y clasificación de la cuenca, su coeficiente de escurrimiento y sus dimensiones. Dichas características se pueden observar en las Ilustraciones 7, 8, 9 y 10.

A handwritten signature in blue ink, consisting of several loops and strokes, is located in the bottom right corner of the page.

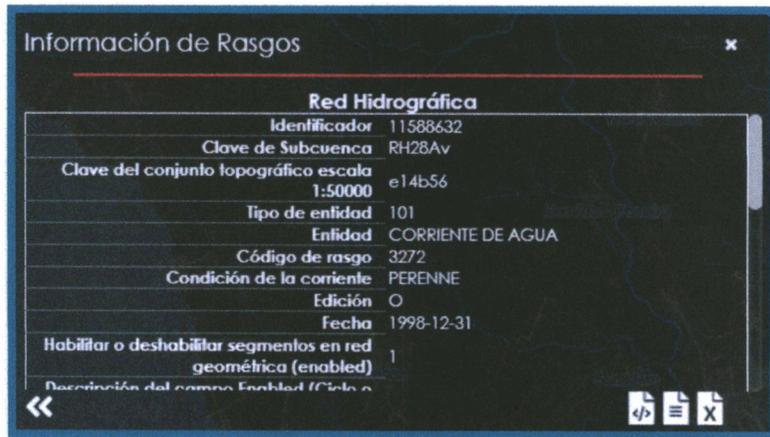


Ilustración 7.- Información de Rasgos – Red Hidrográfica.

- Fuente: Simulador de Flujos de Agua de Corrientes Hidrográficas [SIATL] (INEGI). -

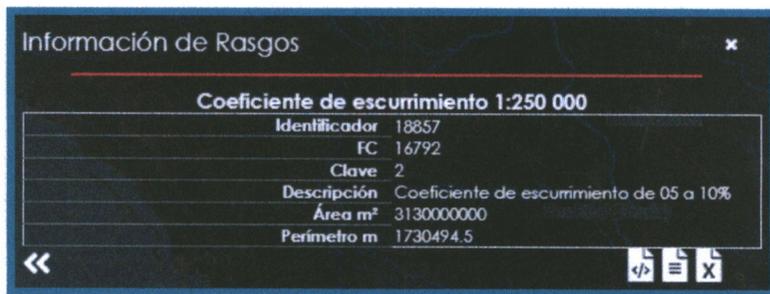


Ilustración 8.- Información de Rasgos – Coeficiente de Escurrimiento.

- Fuente: Simulador de Flujos de Agua de Corrientes Hidrográficas [SIATL] (INEGI). -

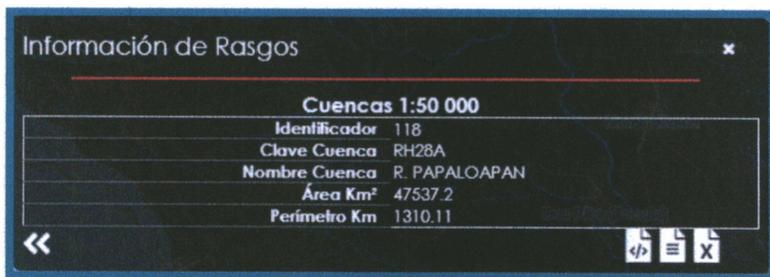


Ilustración 9.- Información de Rasgos – Dimensiones (Cuenca 1:50000).

- Fuente: Simulador de Flujos de Agua de Corrientes Hidrográficas [SIATL] (INEGI). -

Subcuencas 1:50 000	
Identificador	268
Clave Subcuenca	RH28Av
Nombre subcuenca	R. Blanco
Tipo	EXORREICA
Lugar a donde drena (principal)	RH28Au L. de Alvarado
Total de descargas (principal)	1
Lugar a donde drena 2	RH28Aw R. de las Pozas
Total de descargas 2	1
Lugar a donde drena 3	RH28At R. Camarón
Total de descargas 3	1
<b>Total de Descargas</b>	<b>3</b>
Área Km <sup>2</sup>	2785.3

Ilustración 10.- Información de Rasgos – Dimensiones (Subcuenca 1:50000).  
 - Fuente: Simulador de Flujos de Agua de Corrientes Hidrográficas [SIATL] (INEGI). -

Para poder realizar el estudio hidrológico es necesario delimitar la parte de la cuenca que corresponde al punto de la corriente donde se encuentra el sitio de estudio. Con apoyo de la información obtenida mediante el sistema SIATL (Simulador de Flujo de Agua de Cuencas Hidrográficas) del INEGI se generó un polígono en Google Earth correspondiente a la superficie de escurrimiento que compete al sitio de estudio.



Ilustración 11.- Cuenca correspondiente al Sitio de Estudio. (Imagen Satelital).  
 - Fuente: Google Earth. -

*[Handwritten signature]*

En la zona de estudio se diferencian 5 tipos de condiciones, la urbanizada con infraestructura pluvial existente, terracerías, cultivos y plantaciones, bosques naturales y piedra con infiltraciones (en la zona del Citlaltépetl).



Ilustración 12.- Cuenca correspondiente al Sitio de Estudio - Condiciones de Suelo. (Imagen Satelital).

- Fuente: Google Earth. -

De acuerdo a la revisión anterior del área de aportación en el sitio específico de proyecto se determina un área de aportación de 116.84 KM<sup>2</sup>; ésta a su vez puede subdividirse en dos zonas considerando sus características, como se aprecia a continuación en la Tabla 1:

Tabla 1.- Relación de Áreas en la Cuenca de Estudio

ZONA	AREA M2
URBANAS C/ INFRAESTRUCTURA PLUVIAL	5'807,273.00
TERRACERÍA	16'800,487.00
CULTIVOS Y PLANTACIONES	25'939'891.00
BOSQUES NATURALES	57'762,949.00
PIEDRA CON INFILTRACIONES	10'529,400.00
<b>TOTAL</b>	<b>116'840,000.00</b>

Fuente: Autoría propia

Para determinar la longitud del cauce también debe considerarse solamente la sección comprendida en el área de aportación, lo cual se puede observar en la Ilustración 11, y corresponde a 36,273.00 metros.

## 4.2. TIPO DE SUELO

Para determinar de manera más completa el tipo de suelo se acercamientos desde diferentes puntos de análisis; edafológicos, geológicos, uso de suelo y vegetación.

### 4.2.1. Carta edafológica

El término “Edafología” proviene del griego “edaphos” que significa superficie de la tierra y estudia el suelo desde todos los puntos de vista de la morfología, composición, propiedades, formación y evolución, taxonomía y distribución, utilidad, recuperación y conservación.

El mapa muestra los diferentes tipos de suelo que se encuentran a nivel nacional a partir de la unión de 32 coberturas: 17 a escala 1:250000 y 15 a 1:1000000. La información que se maneja es: tipo de suelo, textura, fase física, fase química. Los mapas digitalizados (INEGI) se obtuvieron a través del proyecto P147 Enriquecimiento y uso de la base de datos geográficos del INIFAP apoyado por CONABIO (1994).

Como se puede apreciar en la ilustración siguiente, edafológicamente, el tipo de suelo que presenta el sitio de estudio corresponde a una categoría “No especificada”. Sin embargo, el tipo de suelo circundante corresponde a la categoría “Vertisol” y al tratarse de un escurrimiento es probable que la composición del suelo en el sitio de estudio provenga de la erosión, traslado y sedimentación de este tipo de suelo.

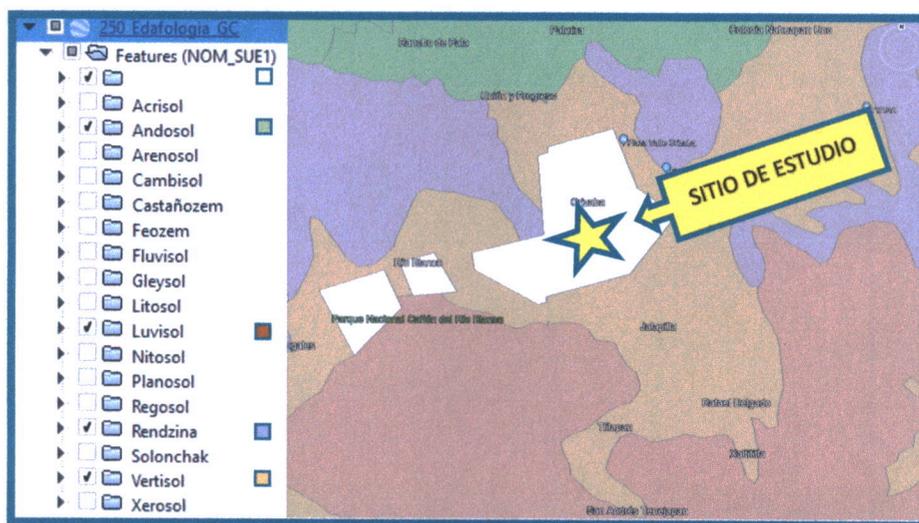


Ilustración 13.- Características Edafológicas del Sitio de Estudio. (CONABIO - 1994).

- Fuente: Google Earth / CONABIO -



Un Vertisol es aquel suelo, generalmente negro, en donde hay un alto contenido de minerales de arcilla expansiva, entre ellos muchas montmorillonitas, que forman profundas grietas en las estaciones secas, o en años secos. Los Vertisoles se forman típicamente de rocas altamente básicas tales como basalto en climas estacionalmente húmedos o sujetos a sequías erráticas y a inundación. Dependiendo del material parental y del clima, pueden oscilar del gris o rojizo al más familiar negro.

La contracción y expansión de las arcillas del Vertisol dañan construcciones y carreteras, obligando a costosas realizaciones y mantenimientos. Las tierras con Vertisoles se usan generalmente para pastoreo de ganado. No hay problemas con heridas producidas por caer en las grietas durante periodos de seca. Esa actividad intensa de la arcilla forma rápidas compactaciones.

#### 4.2.2. Carta geológica

En este apartado se da a conocer a nivel nacional el origen, clasificación y edad de las rocas, fallas, fracturas volcánicas, minas y zonas hidrotermales entre otras; la información se encuentra disponible mediante publicaciones que incluyen cartas geológicas, inventarios de fenómenos geológicos y mapas de susceptibilidad de fenómenos.

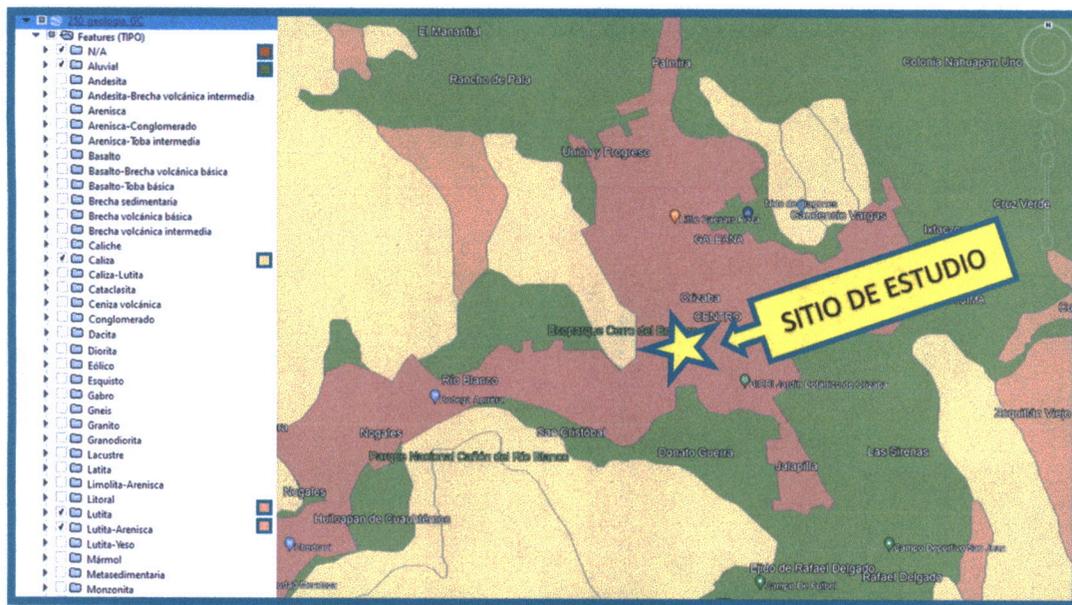


Ilustración 14.- Carta de Geológica. (CONABIO - 1994).  
- Fuente: Google Earth y Cartas Geológicas de CONABIO -

Como se logra apreciar en la ilustración anterior, geológicamente, el tipo de suelo se clasifica como “no definido”; sin embargo, el sitio de estudio se encuentra dentro de una zona que posee las características del tipo de suelo “Aluvial”. Al tratarse de un escurrimiento es probable que la composición del suelo en el sitio de estudio provenga de la erosión, traslado y sedimentación de este tipo de suelo.



Los suelos aluviales son suelos de origen fluvial, poco evolucionados, aunque profundos. Aparecen en las vegas de los principales ríos. Se incluyen dentro de los fluvisoles calcáricos y eútricos, así como antosoles áricos y cumúlicos, si la superficie presenta elevación por aporte antrópico, o bien si han sido sometidos a cultivo profundo. Los suelos aluviales son suelos con perfil poco desarrollado formados de materiales transportados por corrientes de agua. Sobre su superficie se ha acumulado algo de materia orgánica. Son suelos que tienen mala filtración y oscuros. Son suelos recientes.

#### 4.2.3. Cartas de uso de suelo y vegetación

Información geoespacial de Interés Nacional que muestra la distribución del uso del suelo agrícola, de la vegetación natural e inducida del país, además indica el uso pecuario y forestal y otros usos que se presentan en el territorio relacionados con la cubierta vegetal.

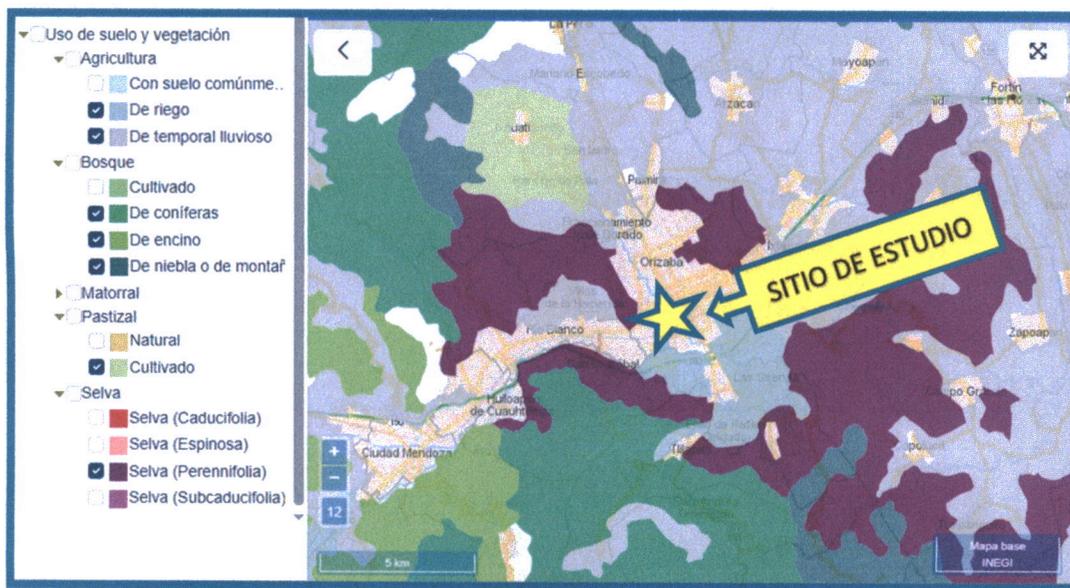


Ilustración 15.- Mapa de Uso de Suelo y Vegetación.

- Fuente: Mapa de Uso de Suelo y Vegetación INEGI -

Como se puede observar en la ilustración anterior, el uso de suelo y vegetación del Sitio de Estudio no aparece clasificado, pues se encuentra dentro de la mancha urbana. Sin embargo, se puede observar que en la zona aledaña se encuentra envuelta en terrenos de cultivo de riego y temporal, pastizales, bosques de coníferas, bosques de encinos y bosques de niebla.

*[Firma manuscrita]*



## 5. DATOS HIDROLÓGICOS

### 5.1. DESCRIPCIÓN DE LA CUENCA

Basándose en la información cartográfica e hidrológica del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), así como en las mediciones realizadas en Google Earth, se estimaron de manera aproximada las características principales de la cuenca en estudio. En la Tabla 2 se pueden observar los valores correspondientes.

Tabla 2. Características Fisiográficas de la Cuenca del Río Orizaba.

Características principales de la cuenca	
Ac =	116.84 Km <sup>2</sup>
Lc =	36,273.00 m
Sm =	9.5801 %

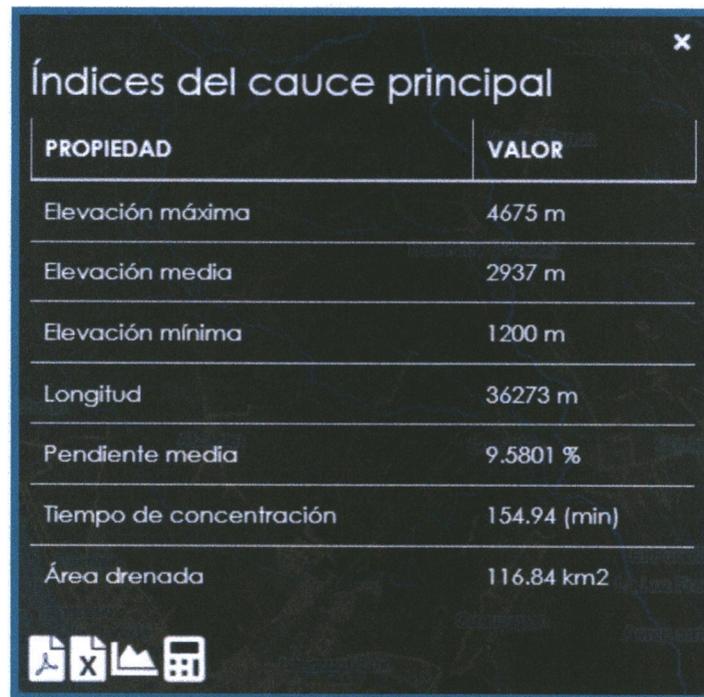
Fuente: Autoría propia

Donde:

**Ac:** Área de la cuenca.

**Lc:** Longitud del cauce principal.

**Sm:** Pendiente del cauce.



PROPIEDAD	VALOR
Elevación máxima	4675 m
Elevación media	2937 m
Elevación mínima	1200 m
Longitud	36273 m
Pendiente media	9.5801 %
Tiempo de concentración	154.94 (min)
Área drenada	116.84 km2

Ilustración 16.- Índices del Cauce Principal del Río Orizaba.

- Fuente: Simulador de Flujos de Agua de Corrientes Hidrográficas [SIATL] (INEGI). -



La pendiente media y longitud del cauce principal de la cuenca se obtuvieron por el método de Taylor Schwarz.

$$S = \left[ \frac{Lc}{\frac{l_1}{\sqrt{S_1}} + \frac{l_2}{\sqrt{S_2}} + \dots + \frac{l_m}{\sqrt{S_m}}} \right]^2$$

----- Ecuación 1. Pendiente - Taylor/Schwarz

Donde:

$L_i$  = longitud del tramo i.

$S_i$  = Pendiente del tramo i.

En base a la carta edafológica del INEGI mencionada y el mapa presentado, se determinó que la cuenca en estudio del RÍO ORIZABA se encuentra sobre suelo **Tipo A-B-C-D**. Dicha clasificación es el punto de partida para asociar cada uso de suelo y vegetación de la cuenca, a un coeficiente de escurrimiento **N**. En la Tabla 3 se describe el tipo de suelo representativo del sitio de estudio y, de acuerdo con las características generales y de edafología presentes en la cuenca del Río Orizaba, el uso de tierra y su correspondiente coeficiente de escurrimiento:

Tabla 3. Selección de los tipos de suelo para condiciones de humedad previa y edafología

TIPO	DESCRIPCIÓN	USO DE TIERRA	N
Suelo 1	URBANAS C/INF. PLUVIAL	Caminos (Superficie Dura) – C	90
Suelo 2	TERRACERÍA	Pastizal (Normal) – B	69
Suelo 3	CULTIVOS Y PLANTACIONES	Cultivos en Surco (Terrazas) – A	64
Suelo 4	BOSQUES NATURALES	Bosques Naturales (Espeso) – B	52
Suelo 5	PIEDRA C/INFILTRACIONES	Caminos (Superficie Dura) – D	92

Fuente: Autoría propia.

## 5.2. INFORMACIÓN CLIMATOLÓGICA

La información climatológica, fue proporcionada de la base de datos de CONAGUA, obteniendo los datos correspondientes a las precipitaciones máximas anuales en 24 horas para las estaciones climatológicas cercanas a las cuencas en estudio.

Tabla 4. Estaciones climatológicas de mayor influencia en la cuenca.

Estación	Clave	Latitud	Longitud
ORIZABA (OBS)	30120	18°50'60.00"N	97°05'60.00"O

Fuente: Autoría propia



La estación ORIZABA(OBS) es la más cercana al proyecto y la que influye directamente sobre la cuenca del Río Orizaba. La estación presentó un total de 14,826 registros, del año 1951 al año 2023 de los cuales se tomaron las precipitaciones máximas anuales, como se indica en la Tabla 5 e Ilustración 17:

Tabla 5. Registro de Precipitaciones Máximas por año en la cuenca

PRECIPITACIONES MÁXIMAS							
AÑO	Pmax24	AÑO	Pmax24	AÑO	Pmax24	AÑO	Pmax24
1951	154.00	1963	151.50	1983	18.80	2002	10.80
1952	122.50	1964	116.40	1984	8.30	2003	9.40
1953	116.00	1965	66.60	1985	16.60	2004	74.70
1954	96.00	1966	106.20	1986	13.40	2005	116.20
1955	105.60	1967	79.60	1987	13.80	2006	36.10
1956	71.50	1968	66.70	1988	12.80	2007	87.50
1957	83.70	1969	110.30	1989	52.6	2008	56.20
1958	80.40	1970	103.50	1991	1.80	2009	116.20
1959	86.70	1971	72.40	1998	16.20	2021	84.80
1960	73.30	1972	88.60	1999	11.00	2022	86.40
1961	146.00	1973	80.60	2000	10.50	2023	5.6
1962	78.70	1982	7.90	2001	34.30		

Fuente: Autoría propia con datos de Estaciones Climatológicas (CONAGUA).

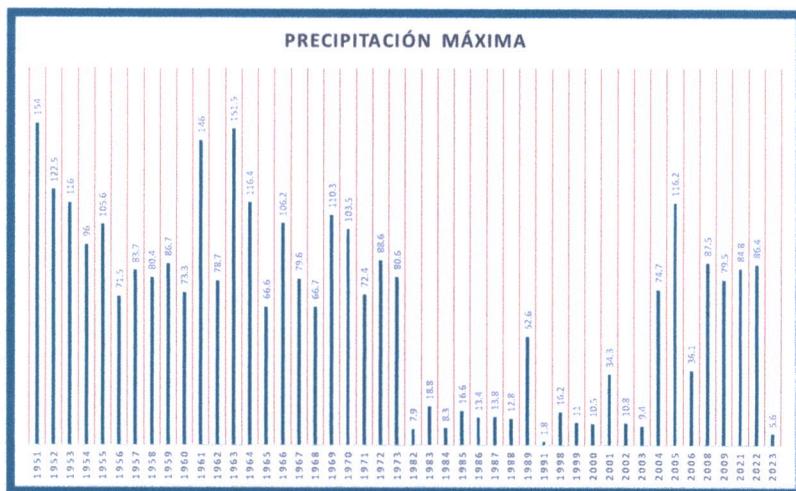


Ilustración 17.- Registro de Precipitaciones Máximas por año en la cuenca.

- Fuente: Autoría propia a partir de datos de Estaciones Climatológicas de CONAGUA. -





Ilustración 18.- Localización de la Estación Climatológica Orizaba (OBS) - 30120.

- Fuente: Google Earth / CONAGUA-

## 6. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS REGISTROS CLIMATOLÓGICOS.

La estadística es una importante herramienta en los problemas de hidrología ya que permite el tratamiento de las muestras de datos procedentes de las estaciones climatológicas para determinar los parámetros de diseño. En el presente capítulo se abordan los conceptos estadísticos abordados en el análisis estadístico realizado en el presente estudio hidrológico.

### 6.1. CONCEPTOS BÁSICOS

A continuación, se abordan los conceptos fundamentales para entender el proceso de Análisis Estadístico realizado.

#### 6.1.1. Período de Retorno (Tr)

Es el número de años en que un evento puede ser igualado o excedido en promedio y a la larga. Para n datos de una muestra el periodo de retorno se puede calcular como:

$$Tr = \frac{n + 1}{m}$$

Ecuación 2.  
Período de Retorno

Donde "m" es el número de orden en una lista de mayor a menor.

### 6.1.2. Función de Densidad de Probabilidad (fdp)

Se dice que  $X$  es una variable aleatoria continua, si existe una función  $f(x)$  llamada función de densidad de probabilidad de  $x$ , que cumpla con las siguientes condiciones:

$$f(x) \geq 0 \text{ para toda } x$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

Entonces;

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$

-----  
*Ecuación 3.  
Función de  
Densidad de  
Probabilidad*

### 6.1.3. Función de Distribución de Probabilidad Acumulada (FDP)

Si  $X$  es una variable aleatoria continua,  $F(x)$  se define como una función de distribución de probabilidad acumulada de la variable aleatoria  $X$  como la probabilidad de que dicha variable con densidad de probabilidad  $f(x)$  tome un valor menor o igual de  $x$ , esto es:

$$P(X \leq x) = \int_a^x f(x)dx$$

-----  
*Ecuación 4.  
Función de  
Distribución  
de  
Probabilidad  
Acumulada*

### 6.1.4. Probabilidad de No Excedencia o Acumulada $F(x)$

La probabilidad de que un evento sea igualado o excedido, en función del periodo de retorno es:

$$P = \frac{1}{Tr}$$

Por lo que:

$$Tr = \frac{1}{1 - F(x)}$$



Entonces:

$$F(x) = 1 - \frac{1}{Tr} = 1 - \frac{m}{n+1}$$

Ecuación 5.  
Probabilidad  
de No  
Excedencia

### 6.1.5. Estimación de Parámetros

Existen varios métodos para la estimación de parámetros; para el presente estudio se consideraron el Método de Momentos,

#### a) Método de Momentos

Este método consiste en igualar los momentos de la Función de Distribución de Probabilidad (FDP) con los momentos de la muestra:

*Momentos de la función  $f(x)$  = Momentos de la muestra*

El momento k-ésimo de la FDP respecto al origen es:

$$M'_k = \int_D x^k f(x) dx$$

Donde  $f(x)$  es la función de densidad de probabilidad (fdp), la cual se relaciona con  $F(x)$  como:

$$F(x) == \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

Por otra parte, los primeros tres momentos de la muestra están definidos como:

$$M_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$$

$$M_2 = S^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$M_3 = S^3 C_s$$

La media, desviación estándar, coeficiente de sesgo y Curtosis se definen como:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Ecuación 6.  
Método de  
Momentos -  
Media

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Ecuación 7.  
Método de  
Momentos -  
Desviación  
Estándar



$$g = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^3}{S^3}$$

Ecuación 8.  
Método de  
Momentos –  
Coeficiente  
de Asimetría

$$k = \frac{n}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^4}{S^4}$$

Ecuación 9.  
Método de  
Momentos –  
Curtosis

## b) Método de Máxima Verosimilitud

Si se divide  $S$  en intervalos  $dx$  y se toma una muestra aleatoria  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , la probabilidad de que  $x_i$  ocurra es  $f(x_i) * dx$ , como se muestra en la Ilustración 19.

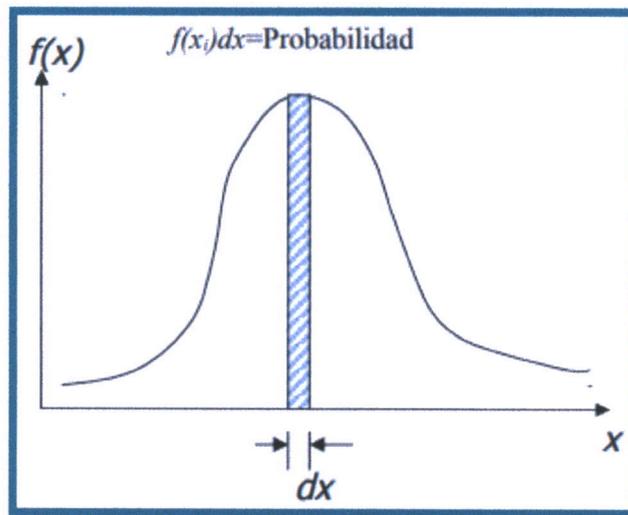


Ilustración 19.- Distribución de Probabilidad – Método de Máxima Verosimilitud.

- Fuente: Manual de Usuario del Sistema AFA V.1.0. (IMTA) -

Como las  $x_i$  son independientes, la probabilidad conjunta es:

$$f(x_1)dx * f(x_2)dx * f(x_3)dx * \dots * f(x_n)dx = \left[ \prod_{i=1}^n f(x_i) \right] dx$$

Entonces la función de verosimilitud se define como:

$$L = \left[ \prod_{i=1}^n f(x_i) \right]$$

Ecuación 10.  
Método de  
Máxima  
Verosimilitud -  
Función de  
Verosimilitud



Para calcular los parámetros es necesario maximizar  $L$ , esto se logra derivando dicha función con respecto a cada uno de los parámetros a determinar e igualando a cero cada derivada, esto es:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_i} = 0; \text{ donde } \theta \text{ es el vector de parámetros (desconocido).}$$

Lo anterior es similar a:

$$\frac{\partial LL}{\partial \theta_i} = 0$$

Donde:

$$LL = \ln L$$

### c) Error Cuadrático Mínimo

Este método consiste en minimizar la suma de los errores cuadráticos pesados  $E$  entre los valores estimados de  $F(x_m)$  y los valores empíricos  $\hat{F}(x_m)$  esto es minimizar:

$$E = \sum_{i=1}^n [\hat{F}(x_i) - F(x_i)]^2 W_i \quad \text{-----} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación 11.} \\ \text{Error} \\ \text{Cuadrático} \end{array}$$

Donde:

$$\hat{F}(x_m) = 1 - \frac{1}{Tr} = 1 - \frac{m}{n+1} \text{ y } F(x_i) \text{ es la FDP utilizada evaluada en } x_i.$$

### 6.1.6. Error Estándar de Ajuste (EEA)

Para seleccionar la función de distribución de probabilidad que mejor se ajusta a los valores de la variable (momentos o máxima verosimilitud), es necesario evaluar numéricamente y de una manera objetiva la bondad o calidad del ajuste realizado, esto se puede hacer mediante el cálculo del error estándar de ajuste EEA, el cual se define según Campos (Campos Aranda, 1989) como:

$$EEA = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_{oi} - X_{ei})^2}{N - np}} \quad \text{-----} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación 12.} \\ \text{Error} \\ \text{Estándar de} \\ \text{Ajuste} \end{array}$$

Donde:

$X_{oi}$ : Valor registrado de la variable



$X_{e_i}$ :	Valor ajustado de la variable con la función de distribución de probabilidad
$N$ :	Número de datos registrados
$np$ :	Número de parámetros de la función de distribución de probabilidad

## 6.2. FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

Algunos autores han elaborado modelos probabilísticos aplicables a muestras de datos hidrológicos como los de precipitaciones máximas diarias anuales, asociando una probabilidad de ocurrencia. La base del procedimiento es la propia muestra de datos y ciertos parámetros estadísticos característicos de la misma, asociados a un factor de frecuencia. Estos métodos tienen también aplicación para determinar magnitudes de eventos con baja probabilidad de ocurrencia, o sea de grandes periodos de retorno para el diseño de diversas obras hidráulicas.

Un método adecuado para elegir la lluvia de diseño es la aplicación de las diferentes funciones de distribución de probabilidad y a partir de la función que presente un mejor ajuste de los datos medidos, se podrá seleccionar esta para la extrapolación.

En la estadística existen infinidad de funciones de distribución de probabilidad teóricas; pero obviamente no es posible probarlas todas para un problema en particular. Por lo cual, es necesario escoger entre esas funciones, las que mejor se adapten al problema bajo análisis. En el presente estudio, se utilizaron las funciones que a continuación se enlistan, debido a que son de las más comúnmente usadas en la hidrología aplicada.

- |                               |                                |
|-------------------------------|--------------------------------|
| a) Normal                     | g) Gamma (3 parámetros)        |
| b) Exponencial (1 parámetro)  | h) Log Perason Tipo III        |
| c) Exponencial (2 parámetros) | i) Gumbel                      |
| d) Log Normal (2 parámetros)  | j) Gumbel Doble                |
| e) Log Normal (3 parámetros)  | i) General de Valores Extremos |
| f) Gamma (2 parámetros)       |                                |

### 6.2.1. Normal

Esta es la distribución de mayor importancia pues existen muchas variables aleatorias que aparecen en relación con experimentos u observaciones prácticas que están distribuidas normalmente y normalmente en forma aproximada.

La función de densidad de probabilidad se define como:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Ecuación 13.  
Distribución  
Normal - fdp



La  $f_{dp}$  es válida para el rango  $-\infty \leq x \leq \infty$  Esta función presenta un coeficiente de sesgo de  $\gamma=0$  y una Curtosis  $K=3$ . Al integrar la  $f_{dp}$  se obtiene la FDP (función de distribución de probabilidad), la cual resulta:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \quad \text{-----} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación 14.} \\ \text{Distribución} \\ \text{Normal - FDP} \end{array}$$

Donde  $\mu$  es el parámetro de ubicación y  $\sigma$  el parámetro de escala. Para esta FDP los parámetros tanto por momentos como por máxima verosimilitud resultan iguales, y éstos son:

$$\hat{\mu} = \bar{x}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

### 6.2.2. Exponencial (1 parámetro)

Esta distribución también se conoce como distribución Exponencial Negativa; su ventaja radica en que es fácil estimar el parámetro a partir de la información observada y su desventaja es que requiere que la ocurrencia de cada evento sea completamente independiente (Chow, Maidment, & Mays, 1988). La función de distribución de probabilidad se define como:

$$F(x) = 1 - \beta e^{-\beta x} \quad \text{-----} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación 15.} \\ \text{Distribución} \\ \text{Exponencial} \\ \text{(1 parámetro)} \\ \text{- FDP} \end{array}$$

La FDP es válida para el rango  $0 \leq x \leq \infty$ , es decir la variable no puede tomar valores negativos. La función de densidad de probabilidad resulta:

$$f(x) = \beta e^{-\beta x} \quad \text{-----} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación 16.} \\ \text{Distribución} \\ \text{Exponencial} \\ \text{(1 parámetro)} \\ \text{- fdp} \end{array}$$

Donde  $\beta$  es el parámetro de escala. La media y variancia de esta función se define como:

$$\mu = \frac{1}{\beta} \quad \text{-----} \quad \sigma^2 = \mu^2 = \frac{1}{\beta^2}$$



La estimación del parámetro  $\beta$  tanto por momentos como por máxima verosimilitud es:

$$\hat{\beta} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\bar{x}}$$

Donde  $\bar{x}$  es la media de la muestra.

### 6.2.3. Exponencial (2 parámetros)

La distribución Exponencial de 2 parámetros, también se le conoce como de Laplace en honor a Pierre Simón Laplace (1749-1827), matemático y astrónomo francés. También se le llama distribución Doble Exponencial ya que su gráfica es simétrica y similar a dos distribuciones exponenciales. La función de distribución de probabilidad se define como:

$$F(x) = 1 - \beta e^{-\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)}$$

Ecuación 17.  
Distribución  
Exponencial  
(2  
parámetros) -  
FDP

La FDP es válida para el rango  $\alpha \leq x < \infty$ , es decir la variable no puede tomar valores negativos ya que  $\alpha > 0$ . La función de densidad de probabilidad resulta:

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)}$$

Ecuación 18.  
Distribución  
Exponencial  
(1 parámetro)  
- fdp

Donde  $\alpha$  es el parámetro de ubicación y  $\beta$  el parámetro de escala. La media, la variancia y el sesgo de esta función son:

$$\mu = \alpha + \beta$$

$$\sigma^2 = \beta^2$$

$$\gamma = 2$$

Los parámetros por medio del método de momentos son:

$$\hat{\beta} = S$$

$$\hat{\alpha} = \bar{x} - S$$

Donde  $S$  es la desviación estándar de la muestra Mientras que por máxima verosimilitud los parámetros resultan:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{(1)})}{n - 1}$$

$$\hat{\alpha} = x_{(1)} - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{(1)})}{n - 1}$$

Donde  $x_{(1)}$  es el primer valor de la muestra ordenada de menor a mayor y  $n$  el número total de datos.

#### 6.2.4. Log Normal (2 parámetros)

La distribución Log Normal corresponde a una variable aleatoria  $X$  cuyos logaritmos están distribuidos en forma normal. Tiene ventajas sobre la normal ya que está limitada ( $X > 0$ ) y de que la transformación logarítmica reduce la asimetría positiva que comúnmente se presenta en los datos hidrológicos (Chow, Maidment, & Mays, 1988). La función de densidad de probabilidad (fdp) se define como:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y}\right]^2}$$

Ecuación 19.  
Distribución  
Log Normal (2  
parámetros) –  
fdp

Y la función de distribución de probabilidad (FDP) es:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{x\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y}\right]^2} dx$$

Ecuación 20.  
Distribución  
Log Normal (2  
parámetros) –  
FDP

Donde  $\mu_y$  es el parámetro de ubicación,  $\sigma_y$  el parámetro de escala y el coeficiente de sesgo es  $\gamma > 0$ . Los parámetros estimados de ubicación y escala tanto por momentos como por máxima verosimilitud son:

$$\mu_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\ln x_i - \mu_y)^2}{n}}$$

#### 6.2.5. Log Normal (3 parámetros)

La distribución log-normal de 3 parámetros representa la distribución normal de los logaritmos de una variable  $(x - x_0)$  donde  $x_0$  es un límite inferior de la función (Kite, 1988) y  $x > x_0$ . La función de densidad de probabilidad está dada por la siguiente ecuación:



$$f(x) = \frac{1}{(x - x_0)\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln(x-x_0)-\mu_y}{\sigma_y}\right]^2}$$

Ecuación 21.  
Distribución  
Log Normal  
(3  
parámetros)  
- fdp

Y la función de distribución de probabilidad (FDP) es:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{(x - x_0)\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln(x-x_0)-\mu_y}{\sigma_y}\right]^2} dx$$

Ecuación 22.  
Distribución  
Log Normal  
(3  
parámetros)  
- FDP

Donde  $x_0$  es el parámetro de ubicación,  $\mu_y$  es el parámetro de escala,  $\sigma_y$  el parámetro de forma. Los valores de los parámetros de acuerdo al método de momentos son:

$$\hat{x}_0 = \bar{x} \left(1 - \frac{\hat{\eta}_x}{\hat{\eta}_z}\right)$$

Donde:

$$\hat{\eta}_x = \frac{S}{\bar{x}}$$

$$\hat{\eta}_z = \frac{1 - w^{\frac{2}{3}}}{w^{\frac{1}{3}}}$$

$$w = \frac{(g^2 + 4)^{\frac{1}{2}} - g}{2}$$

$$\hat{\mu}_y = \ln\left(\frac{S}{\hat{\eta}_z}\right) - \frac{1}{2}\ln(\hat{\eta}_z^2 + 1)$$

$$\sigma_y = [\ln(\hat{\eta}_z^2 + 1)]^{\frac{1}{2}}$$

Los valores de los parámetros por máxima verosimilitud son:

$$\hat{\mu}_y = \sum_{i=1}^n \frac{\ln(x_i - \hat{x}_0)}{n}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\ln(x_i - x_0) - \mu_y]^2}{n}}$$

Y el estimador de  $\hat{x}_0$  se obtiene al resolver:

$$F(\hat{x}_0) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(x_i - \hat{x}_0)} (\hat{\mu}_y - \sigma_y^2) - \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ \frac{1}{(x_i - \hat{x}_0)} \right] \ln \frac{1}{(x_i - \hat{x}_0)} \right\} = 0; \text{ tal que } x_i > \hat{x}_0$$

### 6.2.6. Gamma (2 parámetros)

Toma su nombre de la función gamma  $\Gamma(\beta) = \int_0^{\infty} x^{\beta-1} e^{-x} dx$ . Y describe el tiempo de ocurrencia de un número  $\beta$  de eventos en un proceso de Poisson, la cual es la distribución de una suma de  $\beta$  variables aleatorias independientes e idénticas, distribuidas



exponencialmente. Tiene como límite inferior cero, siendo esto una desventaja para la aplicación a variables que tienen un límite inferior menor a cero (Chow, Maidment, & Mays, 1988). Resulta de gran importancia en la teoría de colas y en los problemas de confiabilidad (Walpole & Mayers, 1992). La función de densidad de probabilidad está dada por la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{x^{\beta-1} e^{-\frac{x}{\alpha}}}{\alpha^{\beta} \Gamma(\beta)}$$

*Ecuación 23.  
Distribución  
Gamma (2  
parámetros) –  
fdp*

Y la función de distribución de probabilidad (FDP) es:

$$F(x) = \int_0^x \frac{x^{\beta-1} e^{-\frac{x}{\alpha}}}{\alpha^{\beta} \Gamma(\beta)} dx$$

*Ecuación 24.  
Distribución  
Gamma (2  
parámetros) –  
FDP*

Donde  $\alpha$  es el parámetro de escala ( $\alpha > 0$ ),  $\beta$  es el parámetro de forma ( $\beta > 0$ ) y  $\Gamma(\beta)$  la función Gamma completa. Además, los parámetros se relacionan de la siguiente manera:

$$\mu = \beta\alpha \quad \sigma^2 = \alpha^2\beta \quad \gamma = \frac{2}{\sqrt{\beta}}$$

Estimadores por momentos:

$$\hat{\alpha} = \frac{S^2}{\bar{x}} \quad \hat{\beta} = \left(\frac{\bar{x}}{S}\right)^2$$

Estimadores por máxima verosimilitud:

$$\hat{\alpha} = \frac{\bar{x}}{\hat{\beta}}$$

El estimador  $\hat{\beta}$  se obtiene al resolver:

$$F(\hat{\beta}) = \hat{\mu}_y - \ln \hat{\mu}_x - \ln \hat{\beta} - \psi(\hat{\beta}) = 0$$

Empleando como valor inicial del parámetro  $\hat{\beta}$ :

$$\hat{\beta} = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4}{3}C}}{4C}$$

La aproximación de la función digamma de  $\hat{\beta}$  es:

$$\psi(\hat{\beta}) = \ln(\hat{\beta} + 2) - \frac{1}{2(\hat{\beta} + 2)} - \frac{1}{12(\hat{\beta} + 2)^2} - \frac{1}{120(\hat{\beta} + 2)^4} - \frac{1}{252(\hat{\beta} + 2)^6} - \frac{1}{(\hat{\beta} + 1)} - \frac{1}{\hat{\beta}}$$

### 6.2.7. Gamma (3 parámetros)

La función de densidad de probabilidad está dada por la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha^\beta \Gamma(\beta)} \left(\frac{x - x_0}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-x_0}{\alpha}\right)} \quad \text{-----} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación 25.} \\ \text{Distribución} \\ \text{Gamma (3} \\ \text{parámetros) -} \\ \text{fdp} \end{array}$$

Y la función de distribución de probabilidad (FDP) es:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{\alpha^\beta \Gamma(\beta)} \left(\frac{x - x_0}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-x_0}{\alpha}\right)} dx \quad \text{-----} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación 26.} \\ \text{Distribución} \\ \text{Gamma (3} \\ \text{parámetros) -} \\ \text{FDP} \end{array}$$

Donde  $x_0$  es el parámetro de ubicación ( $x_0 \leq x < \infty$ ),  $\alpha$  es el parámetro de escala ( $\alpha > 0$ ),  $\beta$  es el parámetro de forma ( $\beta > 0$ ) y  $\Gamma(\beta)$  la función Gamma completa. Los estadísticos son:

$\mu = x_0 + \alpha\beta$	$\sigma^2 = \alpha^2\beta$	$g = \frac{2}{\sqrt{\beta}}$	$k = 3\left(1 + \frac{g^2}{2}\right)$
(Media)	(Varianza)	(Coeficiente de asimetría)	(Coeficiente de Curtosis)

Estimadores por momentos:

$$\hat{\alpha} = \frac{S}{\sqrt{\hat{\beta}}}$$

$$\hat{\beta} = \frac{4}{g^2}$$

$$\hat{x}_0 = \bar{x} - S\sqrt{\hat{\beta}}$$



Estimadores por máxima verosimilitud:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_0) - \frac{n}{\sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{(x_i - \hat{x}_0)} \right]}$$

$$\hat{\beta} = \frac{1}{1 - \frac{n^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_0) \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{(x_i - \hat{x}_0)} \right]}}$$

El valor  $\hat{x}_0$  se obtiene al resolver:

$$F(\hat{\beta}) = \sum_{i=1}^n \ln(x_i - \hat{x}_0) - n \ln \hat{\alpha} - n\psi(\hat{\beta}) = 0$$

La aproximación de la función digamma de  $\hat{\beta}$  es:

$$\psi(\hat{\beta}) = \ln(\hat{\beta} + 2) - \frac{1}{2(\hat{\beta} + 2)} - \frac{1}{12(\hat{\beta} + 2)^2} - \frac{1}{120(\hat{\beta} + 2)^4} - \frac{1}{252(\hat{\beta} + 2)^6} - \frac{1}{(\hat{\beta} + 1)} - \frac{1}{\hat{\beta}}$$

### 6.2.8. Log Pearson Tipo III

Si los logaritmos naturales de una variable  $x(\ln x)$  presentan una distribución Pearson tipo III entonces la variable  $x$  presentará una distribución Log Pearson tipo III. Estando una distribución de tres parámetros operando sobre los logaritmos de la variable, la Log Pearson tipo III parecerá ser una distribución extremadamente versátil. Sin embargo, su aplicación en hidrología está estrictamente limitada, para el análisis de frecuencias de inundaciones la única forma de interés es aquella que es unimodal, continua de 0 a  $+\infty$ . La función de densidad de probabilidad está dada por la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta) x} \left( \frac{\ln x - y_0}{\alpha} \right)^{\beta-1} e^{-\left( \frac{\ln x - y_0}{\alpha} \right)} \dots \dots \dots$$

*Ecuación 27.  
Distribución  
Log Pearson  
Tipo III – fdp*

Y la función de distribución de probabilidad (FDP) es:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta) x} \left( \frac{\ln x - y_0}{\alpha} \right)^{\beta-1} e^{-\left( \frac{\ln x - y_0}{\alpha} \right)} dx \dots \dots \dots$$

*Ecuación 28.  
Distribución  
Log Pearson  
Tipo III – FDP*



Donde  $0 < x < \infty$ ,  $\gamma > 0$ ,  $y_0$  es el parámetro de ubicación,  $\alpha$  es el parámetro de escala,  $\beta$  es el parámetro de forma y  $\Gamma(\beta)$  la función Gamma completa. Estimadores por momentos (método directo):

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{A+3} \quad \mu_r = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^r}{n}; r = 1,2,3 \quad B = \frac{\ln(\hat{\mu}_3) - 3 \ln(\hat{\mu}_1)}{\ln(\hat{\mu}_2) - 2 \ln(\hat{\mu}_1)} \quad C = \frac{1}{B+3}$$

$$\text{Si } 3 < B \leq 3.5$$

$$A = -0.45157 + 1.99955C$$

$$\text{Si } 3.5 < B \leq 6$$

$$A = -0.23019 + 1.65262C + 0.20911C^2 - 0.04557C^3$$

$$\hat{\beta} = \frac{\ln(\hat{\mu}_3) - 2 \ln(\hat{\mu}_1)}{\ln(1 - \hat{\alpha})^2 - \ln(1 - 2\alpha)}$$

$$\hat{y}_0 = \ln(\hat{\mu}_1) + \hat{\beta} \ln(1 - \hat{\alpha})$$

Estimadores por momentos (método indirecto):

$$\hat{\alpha} = \frac{S_y}{\sqrt{\hat{\beta}}}$$

$$\hat{\beta} = \frac{2}{g_y^2}$$

$$\hat{y}_0 = \bar{y} - S_y \sqrt{\hat{\beta}}$$

Estimadores por máxima verosimilitud:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_0) - \frac{n}{\sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{(y_i - \hat{y}_0)} \right]}$$

$$\hat{\beta} = \frac{1}{1 - \frac{n^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_0) \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{(y_i - \hat{y}_0)} \right]}}$$

El valor  $\hat{y}_0$  se obtiene al resolver:

$$F(\hat{Y}_0) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_0) - n \ln \hat{\alpha} - n\psi(\hat{\beta}) = 0$$

La aproximación de la función digamma de  $\hat{\beta}$  es:

$$\psi(\hat{\beta}) = \ln(\hat{\beta} + 2) - \frac{1}{2(\hat{\beta} + 2)} - \frac{1}{12(\hat{\beta} + 2)^2} - \frac{1}{120(\hat{\beta} + 2)^4} - \frac{1}{252(\hat{\beta} + 2)^6} - \frac{1}{(\hat{\beta} + 1)} - \frac{1}{\hat{\beta}}$$



### 6.2.9. Distribución General de Valores Extremos

La distribución General de Valores Extremos tiene sus bases en la Teoría de Valores Extremos, dicha teoría proporciona una descripción del comportamiento aleatorio de los  $n$ -ésimos valores más grandes o más pequeños de una muestra; las distribuciones de valor extremo han sido ampliamente utilizadas en hidrología. La función de densidad de probabilidad está dada por la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-\left[1 - \left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)k\right]^{\frac{1}{k}}} \left(1 - \left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)k\right)^{\frac{1}{k}-1} \quad \text{-----} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación 29.} \\ \text{Distribución} \\ \text{Log Pearson} \\ \text{Tipo III - fdp} \end{array}$$

Y la función de distribución de probabilidad (FDP) es:

$$F(x) = e^{-\left[1 - \left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)k\right]^{\frac{1}{k}}} \quad \text{-----} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación 30.} \\ \text{Distribución} \\ \text{Log Pearson} \\ \text{Tipo III - FDP} \end{array}$$

Si  $k = 0$  y  $-\infty < x < \infty$ , entonces la distribución es tipo I (Gumbel); si  $k < 0$  y  $\beta + \frac{\alpha}{k} < x < \infty$ , entonces la distribución es tipo II (Fréchet); y si  $k > 0$  y  $-\infty < x < \beta + \frac{\alpha}{k}$ , entonces la distribución es tipo III (Weibull). Donde  $\beta$  es el parámetro de ubicación,  $\alpha$  es el parámetro de escala ( $\alpha > 0$ ) y  $k$  es el parámetro de forma. La variable reducida es:

$$y = -\ln \left[1 - \left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)k\right]^{\frac{1}{k}}$$

Estimadores por momentos:

El parámetro  $k$  se calcula de acuerdo con el valor de  $g$  (coeficiente de asimetría) como se muestra a continuación:

Para  $-11.35 < g < 1.1396$ ;

$$\hat{k} = 0.279434 - 0.333525g + 0.0448306g^2 + 0.023314g^3 + 0.00376g^4 + 0.000263g^5$$

Para  $1.14 < g < 18.95$ ;

$$\hat{k} = 0.25031 - 0.29219g + 0.075357g^2 + 0.010883g^3 + 0.000904g^4 + 0.000043g^5$$

Por otra parte, se tiene:

$$\hat{A} = \hat{\mu}_x + \hat{B}E[y]$$

$$\hat{B} = \left[ \frac{\text{Var}(x)}{\text{Var}(y)} \right]^{\frac{1}{2}}$$



Donde  $E(y) = \Gamma(1 + \hat{k})$ ,  $Var(x) = \sigma_x^2 = S_x^2$  y  $Var(y) = \Gamma(1 + 2\hat{k}) + \Gamma^2(1 + \hat{k})$ . Los dos parámetros restantes se calculan de acuerdo con las siguientes condiciones:

$$\text{Para } \hat{k} < 0; \hat{\alpha} = -k\hat{B} \text{ y } \beta = \hat{A} + \hat{B}$$

$$\text{Para } \hat{k} > 0; \hat{\alpha} = k\hat{B} \text{ y } \beta = \hat{A} - \hat{B}$$

$$\text{Para } \hat{k} < 0; \hat{\alpha} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S \text{ y } \hat{\beta} = \bar{x} - 0.45S$$

### 6.2.10. Gumbel

La distribución de Valores Extremos Tipo I o Distribución Gumbel nace con Fisher y Tippet, en los años veinte con la Teoría de Valores Extremos. La fdp (función de densidad de probabilidad) está dada por la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} - e^{-e^{-\left[\frac{x-\beta}{\alpha}\right]}} e^{-e^{-\left[\frac{x-\beta}{\alpha}\right]}} \quad \text{-----} \quad \text{Ecuación 31. Distribución de Gumbel - fdp}$$

Donde  $\beta$  es el parámetro de ubicación,  $\alpha$  es el parámetro de escala. Considerando  $\alpha = 0$ ,  $-\infty < x < \infty$  y  $-\infty < \beta x < \infty$ . Y su FDP (función de distribución de probabilidad) es:

$$F(x) = e^{-e^{-\left[\frac{x-\beta}{\alpha}\right]}} \quad \text{-----} \quad \text{Ecuación 32. Distribución de Gumbel- FDP}$$

La variable reducida es:

$$y = \frac{x_i - \beta}{\alpha}$$

El valor de los parámetros de acuerdo con el método de momentos es:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S = 0.78S \quad \text{-----} \quad \hat{\beta} = \bar{x} - 0.45S$$

Los parámetros por máxima verosimilitud se obtienen al resolver el siguiente sistema de ecuaciones considerando la variable reducida se tiene el siguiente proceso iterativo:

$$P = n - \sum_{i=1}^n e^{-y_i} \quad \text{-----} \quad R = n - \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n y_i e^{-y_i}$$



El criterio de convergencia es  $\frac{P}{\hat{\alpha}} \approx 0$  y  $\frac{-R}{\hat{\alpha}} \approx 0$ . Los incrementos:

$$\delta_{\alpha_j} = (0.26P_j - 0.61R_j) \frac{\alpha_i}{n}$$

$$\delta_{\beta_j} = (1.11P_j - 0.26R_j) \frac{\alpha_i}{n}$$

Por lo tanto, los nuevos valores son:

$$\hat{\alpha}_{j+1} = \hat{\alpha}_j + \delta_{\alpha_j}$$

$$\hat{\beta}_{j+1} = \hat{\beta}_j + \delta_{\beta_j}$$

### 6.2.11. Gumbel Doble

Considerando las situaciones donde existan precipitaciones debido a los fenómenos dominantes en la región y además de un segundo origen, por ejemplo, el ciclónico, es necesario estudiar y hacer un análisis de frecuencias considerando que los gastos máximos anuales se originan por dos procesos diferentes (Campos Aranda, 1989). Para realizar el análisis de frecuencias, aplicando la función de distribución doble Gumbel se planteó la función de distribución de probabilidad para dos poblaciones considerando que los grupos son mutuamente excluyentes; por lo que la FDP (función de distribución de probabilidad) para una muestra que presente la presencia de dos poblaciones estará definida como (Haan, 1977).

$$F(x) = P e^{\left\{-e^{\left[-\frac{(x-\beta_1)}{\alpha_1}\right]}\right\}} + (1-P) e^{\left\{-e^{\left[-\frac{(x-\beta_2)}{\alpha_2}\right]}\right\}}$$

*Ecuación 33.  
Distribución  
de Gumbel  
Doble – FDP*

Donde  $P$  es la probabilidad de tener eventos no ciclónicos, adimensional;  $x$  es la variable climatológica para la cual se estima la probabilidad de no excedencia;  $\alpha_1$  es el parámetro de escala de la población no ciclónica;  $\alpha_2$  es el parámetro de escala de la población ciclónica;  $\beta_1$  es el parámetro de ubicación de la población no ciclónica;  $\beta_2$  es el parámetro de ubicación de la población ciclónica; y la fdp (función de densidad de probabilidad) es:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \frac{P}{\alpha_1} e^{\left\{-\frac{(x-\beta_1)}{\alpha_1} - e^{\left[-\frac{(x-\beta_1)}{\alpha_1}\right]}\right\}} + \frac{(1-P)}{\alpha_2} e^{\left\{-\frac{(x-\beta_2)}{\alpha_2} - e^{\left[-\frac{(x-\beta_2)}{\alpha_2}\right]}\right\}}$$

*Ecuación 34.  
Distribución  
de Gumbel  
Doble – fdp*

## 6.3. ANÁLISIS DE PRECIPITACIONES

Para ajustar los datos de las precipitaciones máximas anuales en 24 h, es necesario llevar un orden, por lo que se facilita el cálculo si se enlistan los registros por orden descendente, para posteriormente determinar el período de retorno que le corresponde a cada uno, así como también su probabilidad de excedencia y no-excedencia.



Con los datos observados en las tablas de análisis estadístico para la estación de ORIZABA (OBS) – 30120, se inició el cálculo de precipitaciones, determinando las mejores distribuciones; esto se hizo comparando el Error Estándar de Ajuste (EEA), en la ilustración 28 se describe el comportamiento del EEA de las diferentes distribuciones.

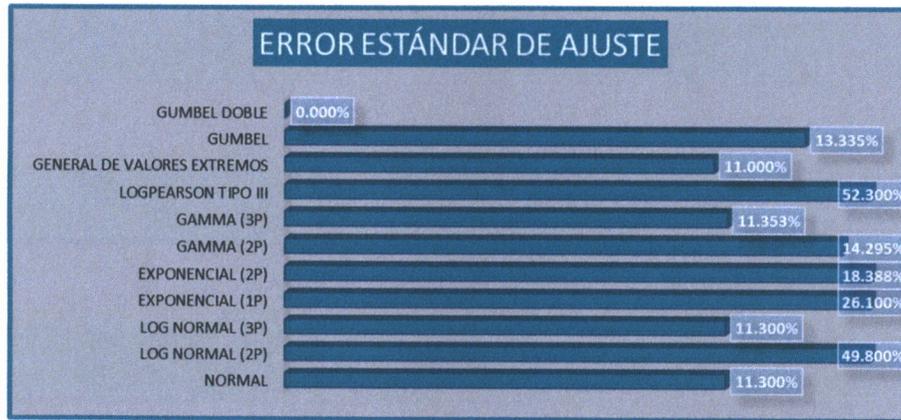


Ilustración 20.- Gráfica resumen de EEA – Método de Máxima Verosimilitud.

- Fuente: Autoría propia con Datos obtenidos mediante el Sistema AFA V.1.0. (IMTA) -

Como se puede observar en la ilustración anterior, para los datos de la Estación Climatológica - 30120 ORIZABA (OBS), la distribución que presenta el menor valor de EEA es la General de Valores Extremos; por lo que, en esta ocasión, se utilizó para determinar el valor de la precipitación asociada a periodos de retorno de 2, 5, 10, 15, 20, 25, 50, 75, 100, 200, 500 y 1000 años. También es importante conocer la media y la desviación estándar del grupo de datos, pues estos parámetros pueden indicar en cierta forma la tendencia que puede seguir cada valor y además serán punto de partida en los subsecuentes análisis probabilísticos que se realicen. Dichos datos se pueden visualizar a continuación en la Ilustración 21.

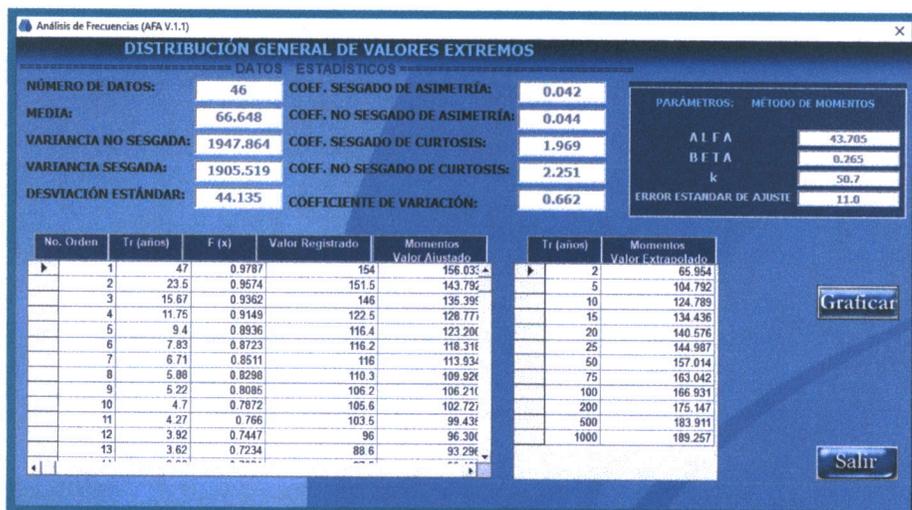


Ilustración 21.- Análisis Estadístico – Función General de Valores Extremos.

- Fuente: Sistema AFA V.1.0. (IMTA) -

## 7. ANÁLISIS DE ESCURRIMIENTOS

A continuación, se presenta de manera detallada las consideraciones establecidas para la determinación del Gasto Máximo Extraordinario asociado a período de retorno  $Tr = 2, 5, 10, 15, 20, 25, 50, 75, 100, 200, 500$  y  $1000$  años, planteando los datos para un  $Tr = 50$  años partiendo de las características de la cuenca determinadas anteriormente, mediante los métodos Básico Racional e Hidrograma Triangular Unitario.

Para la determinación del gasto máximo extraordinario, mediante los métodos mencionados anteriormente, se requiere determinar la precipitación máxima puntual de la cuenca, la cual se determinó como se describe a continuación:

$$Xp = \frac{Pm_1A_{1c} + Pm_2A_{2c} + \dots + Pm_nA_{nc}}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}$$

Ecuación 35.  
Precipitación  
Máxima  
Puntual

Donde  $Xp$  es la precipitación máxima puntual de la cuenca;  $Pm_1, Pm_2, \dots, Pm_n$  es la precipitación asociada a un  $Tr$  de  $2, 5, 10, 15, 20, 25, 50, 75, 100, 200, 500$  y  $1000$  años para cada estación climatológica (mm);  $A_{1c}, A_{2c}, \dots, A_{nc}$  el área de influencia correspondiente a las estaciones que se analicen (mm).

Debido a que se utilizará únicamente la Estación Climatológica – 30120 ORIZABA (OBS), las precipitaciones máximas puntuales corresponderán a las alturas de precipitación calculadas.

Tabla 6. Precipitaciones de diseño para cada  $Tr$  analizado.

TR	hp
2	65.95
5	104.79
10	124.79
20	134.44
50	140.58
100	144.99
200	157.01
500	163.04
1,000	166.93
2,000	175.15
5,000	183.91
10,000	189.26

Fuente: Autoría propia a partir de datos del Sistema AFA V.1.0. (IMTA).

## 7.1. MÉTODO RACIONAL BÁSICO

Este método tiene su base en el modelo matemático en el que intervienen factores que influyen en la magnitud del gasto máximo y volumen de la creciente. Entre estos factores se tienen las características físicas de la cuenca y del cauce de la corriente e intensidad de la precipitación y las condiciones previas de humedad en la cuenca. Para cálculo del gasto máximo extraordinario se basa en la siguiente ecuación:

$$Q_{max} = \frac{\delta C A_c X_a}{7.2 t_c}$$

*Ecuación 36.  
Gasto Máximo  
- Método  
Racional  
Básico*

Donde  $Q_{max}$  es el gasto máximo extraordinario [m<sup>3</sup>/s],  $\delta$  el parámetro de ajuste del pico,  $C$  el coeficiente de escurrimiento,  $A_c$  el área de la cuenca [Km<sup>2</sup>],  $X_a$  la precipitación media acumulada [mm] y  $t_c$  el tiempo de concentración [horas]. Con base en la ecuación anterior se procedió a determinar cada una de las variables necesarias para la aplicación de este método. El coeficiente de escurrimiento ( $C$ ) se determinó como el promedio de los valores obtenidos de las siguientes ecuaciones que se indican enseguida:

$$C = \frac{C_R + C_e}{2} \quad \left| \quad C_R = \left(1 - \frac{(Y + Z_i)}{X_a}\right)(1 - m) \quad \right| \quad C_e = \frac{P_e}{X_a}$$

Donde  $C$  es el coeficiente de escurrimiento promedio;  $C_R, C_e$  son coeficientes de escurrimiento;  $Y$  es la pérdida por evaporación [mm];  $Z_i$  es la pérdida por infiltración [mm];  $X_a$  Precipitación media acumulada [mm];  $m$  es la fracción en decimal de la lluvia que se almacena en depresiones; y  $P_e$  precipitación en exceso [mm]. Se determinó la pérdida por evaporación mediante la siguiente ecuación:

$$Y = YE * t_c$$

Donde  $Y$  es la pérdida por evaporación [mm];  $YE$  varía con la localidad geográfica de la cuenca, características climáticas y época del año, se expresa en [mm/hora] (en términos generales, se puede considerar: 0.25 a 0.10 desde zonas secas, áridas, calientes a zonas húmedas calientes / en zonas frías puede ser menor a 0.10, para el análisis en este caso específico, se adoptó un valor de 0.1375); y  $t_c$  el tiempo de concentración de Kirpich [horas]. El valor de la pérdida por infiltración  $Z_i$ , se determinó como se describe a continuación:

$$Z_i = \frac{[K' * t_c(1 - u)]}{(1 - u)}$$

Donde  $K'$  es el coeficiente de infiltración [mm/hora],  $t_c$  Tiempo de concentración [horas] y  $u$  el coeficiente de distribución exponencial. Similarmente el valor de la precipitación media acumulada se determinó con la siguiente ecuación:

$$X_a = \frac{[K * t_c(1 - e)]}{(1 - e)}$$



Donde  $K$  es la precipitación media acumulada en el tiempo de concentración " $t_c$ " [mm],  $t_c$  es el tiempo de concentración [horas] y  $e$  el coeficiente que depende del tiempo de concentración. Es recomendable por su mayor incidencia valores de "e" comprendidos entre 0.45 a 0.80, previniendo condiciones críticas. La precipitación en exceso se determinó de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$P_e = \frac{10 \left( \frac{X_a}{10} - \frac{508}{N} + 5.08 \right)^2}{\frac{X_a}{10} + \frac{2032}{N} - 20.32}$$

Donde  $N$  es el número que depende de las características del suelo de la cuenca ( $N=76.30$ );  $X_a$  Precipitación media acumulada [mm]; y  $P_e$  precipitación en exceso [mm].

Es importante señalar que el coeficiente de escurrimiento  $C_r$  se determinó con el valor de almacenaje en depresiones e intercepciones por la cubierta vegetal en esta cuenca, donde  $m$  es una fracción en decimal de la lluvia que se almacena en depresiones de la superficie y huecos del suelo e interceptada por la cubierta vegetal. Los valores de  $m$  varían: 0.00 a 0.05 para suelo duro, seco, compacto, vegetación rala y sin depresiones; 0.05 a 0.10 para suelo compacto, vegetación normal, saturados, con algunas depresiones en la superficie; 0.10 a 0.30 o más para suelos labrados, cultivados, saturados y según la rotura del suelo. Para este caso específico se considera conveniente adoptar un valor de  $m = 0.10$ .

El tiempo de concentración en horas se determinó de acuerdo con Kirpich, como se muestra a continuación:

$$T_{ck} = 0.0003245 \left( \frac{L_m^3}{H} \right)^{0.77}$$

Donde  $L_m$  es la longitud total del cauce principal de la cuenca [m] y  $H$  el desnivel total [m]. Considerando el valor de tiempo de concentración que arroja el método de Kirpich se obtienen los siguientes resultados de las variables correspondientes para el cálculo del gasto máximo extraordinario para un los  $T_r$  más significativos:

Tabla 7. Valores de  $T_c, T_r, K, HP_d$  e  $I$  – Método Racional Básico.

$T_r$ (años)	$K$	$H_p$ media de diseño (mm)	$I$ (mm / hr)
20	16.18	64.25	25.07
25	16.68	66.27	25.86
50	18.07	71.76	28.00
75	18.76	74.52	29.08
100	19.21	76.30	29.77
200	20.16	80.05	31.24
$T_c =$	2.56 [horas]	$e =$	0.650

Fuente: Autoría propia

Finalmente sustituyendo las variables correspondientes en la ecuación gasto máximo extraordinario por el Método Racional Básico se obtiene lo siguiente:



Tabla 8. Gastos de diseño para cada Tr analizado mediante el Método Racional Básico.

TR	Q [m³/s]
20	78.5
25	87.1
50	112.5
75	126.2
100	135.3
200	155.4

Fuente: Autoría propia a partir de datos del Sistema AFA V.1.0. (IMTA).

## 7.2. MÉTODO DEL HIDROGRAMA TRIANGULAR UNITARIO

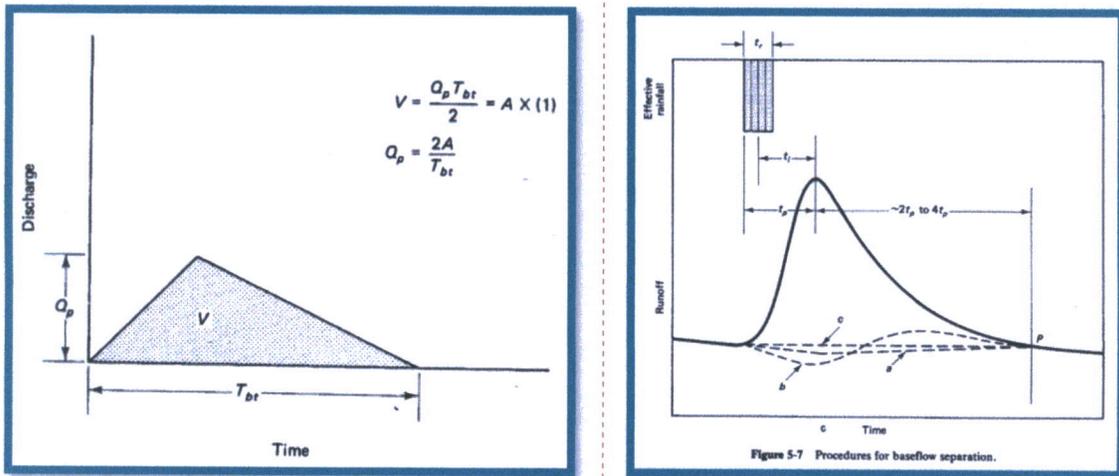


Ilustración 22.- Bases del Método del Histograma Triangular Unitario –.

- Fuente: Engineering Hydrology: Principles and Practices (Ponce, 1989) -

El método del hidrograma unitario es uno de los métodos utilizados en hidrología, para la determinación del caudal producido por una precipitación en una determinada cuenca hidrográfica. Se puede construir un hidrograma unitario a partir de los datos de precipitación y de caudales referentes a una lluvia de intensidad razonablemente uniforme y sin implicaciones resultantes de lluvias anteriores o posteriores.

El primer paso es la separación del escurrimiento subterráneo del escurrimiento superficial directo. Se calcula el volumen de fluido (representada por el área ABCD de la figura) y se determinan las ordenadas del hidrograma unitario dividiendo las ordenadas del hidrograma directo, por la altura de escurrimiento distribuido sobre la cuenca,  $h_{distribuido}$ , expresado en cm.:

$$h_{distribuido} = \frac{\int_A^C (Q_{tot} - Q_{base}) dt}{A_{drenaje}}$$

Donde  $Q_{tot}$  es el gasto correspondiente al hidrograma de la lluvia de estudio [m<sup>3</sup>/s],  $Q_{base}$  es el gasto correspondiente al hidrograma base [m<sup>3</sup>/s],  $A$  es el tiempo inicial del intervalo estudiado [hr],  $C$  es el tiempo final del intervalo estudiado [hr],  $A_{drenaje}$  el área de la cuenca [Km<sup>2</sup>]. Con base en la ecuación anterior se procedió a determinar cada una de las variables necesarias para la aplicación de este método como se indican enseguida:

$$t_p = 0.60t_c + \frac{D}{2} \quad n = 2 + \frac{A - 250}{1583.33}$$

Donde  $t_p$  es el tiempo del gasto máximo [hr];  $n$  es el coeficiente de conversión de área [1];  $D$  es el tiempo del gasto máximo [s];  $A$  es el área de la cuenca [Km<sup>2</sup>]. Se determinó el gasto máximo de diseño  $Q_d$  mediante la siguiente ecuación:

$$Q_d = \frac{0.556He \cdot A}{n \cdot t_p}$$

El tiempo de concentración en horas se determinó de acuerdo con Kirpich, como se muestra a continuación:

$$T_{ck} = 0.0003245 \left( \frac{L_m^3}{H} \right)^{0.77} = 0.15 \text{ [horas]}$$

Donde  $L_m$  es la longitud total del cauce principal de la cuenca [m] y  $H$  el desnivel total [m]. Finalmente sustituyendo las variables correspondientes en la ecuación gasto máximo extraordinario por el *Método Hidrograma Triangular Unitario* se obtiene lo siguiente:

Tabla 9. Gastos de diseño para cada  $T_r$  analizado mediante el Método Racional Básico.

TR	Q [m <sup>3</sup> /s]
20	71.3
25	79.2
50	102.3
75	114.7
100	123.0
200	141.3

Fuente: Autoría propia a partir de datos del Sistema AFA V.1.0. (IMTA).

### 7.3. MÉTODO DE VEN TE CHOW

El último método empleado en el presente estudio corresponde al método de Ven Te Chow; al igual que los métodos anteriores, este método tiene su base en el modelo matemático en el que intervienen factores que influyen en la magnitud del gasto máximo y volumen de la creciente. Para cálculo del gasto máximo extraordinario se basa en la siguiente ecuación:

$$Q_{max} = A \cdot X \cdot Y \cdot Z$$

*Ecuación 38.  
Gasto Máximo  
- Método de  
Ven Te Chow*

Donde  $Q_{max}$  es el gasto máximo extraordinario [m<sup>3</sup>/s],  $A$  es el área de la cuenca [m<sup>2</sup>],  $X$  corresponde al Factor de Escurrimiento [mm/s],  $Y$  el coeficiente que considera el factor climático y  $Z$  el Factor de Reducción de Gastos. Con base en la ecuación anterior se procedió a determinar cada una de las variables necesarias para la aplicación de este método:

$$X = \frac{H_e}{t_c}$$

$$Y = 0.278$$

$$Z = \frac{Q_p}{Q_e}$$

Para la obtención de la variable  $Z$  se empleará la gráfica para el factor de reducción del Capítulo 3 del Manual de Ingeniería de Ríos (Fuentes Mariles & Fanco, 2000), la cual se presenta a continuación:

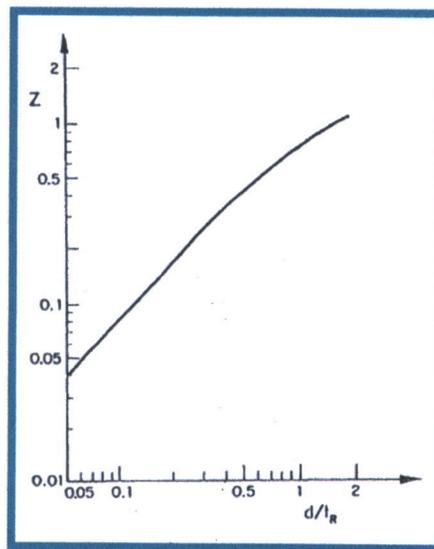


Ilustración 23.- Gráfica del Factor de Reducción "Z" -.

- Fuente: Manual de Ingeniería de Ríos (Fuentes Mariles & Fanco, 2000) -

Finalmente sustituyendo las variables correspondientes en la ecuación gasto máximo extraordinario por el *Método de Ven Te Chow* se obtiene lo siguiente:

Tabla 10. Gastos de diseño para cada *Tr* analizado mediante el *Método de Ven Te Chow*.

TR	Q [m <sup>3</sup> /s]
20	62.8
25	69.8
50	90.1
75	101.0
100	108.4
200	124.4

Fuente: Autoría propia a partir de datos del Sistema AFA V.1.0. (IMTA).

## 8. CURVAS INTENSIDAD-DURACIÓN-PERÍODO DE RETORNO (i-d-Tr)

Los valores de lluvia que se miden en una estación pluviográfica son de tipo puntual y permiten conocer la variación de esta con respecto al tiempo, presentando un registro continuo de precipitación. Al realizar el análisis de la información también se puede determinar el período de retorno que tiene cada una de las lluvias registradas.

El proceso de cálculo de las **curvas i-d-Tr**, es el siguiente:

- 1) Se define una duración
- 2) De cada tormenta registrada se obtiene la máxima intensidad para la duración que se ha definido.
- 3) Se obtiene para cada año de registro, el máximo de los valores obtenidos correspondiente a la intensidad correspondiente.
- 4) Se definirán los valores de las duraciones que se tomarán en cuenta para el estudio.
- 5) Se realizarán los pasos 2 y 3 para cada una de las duraciones consideradas.

La ecuación que relaciona simultáneamente las tres variables es la siguiente:

$$i = \frac{kT^m}{(c + d)^n}$$

Ecuación 39.  
Intensidad de  
Precipitación –  
Curvas i-d-Tr

Dónde  $i$  es la intensidad de precipitación [mm/h];  $T$  el periodo de retorno,  $d$  la duración [minutos];  $K, m, n$  y  $c$  parámetros que se calculan a partir de los datos, mediante un análisis de correlación lineal múltiple.

Si se toman logaritmos de la ecuación anterior, se obtiene:

$$\log i = \log k + m \log T - n \log(d + c)$$

O bien:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$$

Dónde:

$$y = \log i, a_0 = \log k, a_1 = m, x_1 = \log T$$

$$a_2 = -n, x_2 = \log(d + c)$$

Si los datos registrados de  $i, d$  y  $Tr$  se dibujan en papel logarítmico, usualmente se agrupan en torno a líneas rectas. A veces las líneas resultan ligeramente curvas, lo que se puede corregir agregando a las duraciones un valor constante  $c$ , o bien, en algunos casos, cuando la pendiente de las líneas varía mucho, dividiendo la línea para cada periodo de retorno en dos rectas. Si los datos se agrupan lo suficiente en torno a líneas rectas, el valor de  $c$  puede tomarse como cero.

Al hacerse un ajuste de correlación lineal múltiple de una serie de tres tipos de datos, se obtiene un sistema de ecuaciones como el siguiente:

$$\sum y = N a_0 + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2$$

$$\sum (x_1 y) = a_0 \sum x_1 + a_1 \sum (x_1^2) + a_2 \sum (x_1 x_2)$$

$$\sum (x_2 y) = a_0 \sum x_2 + a_1 \sum (x_1 x_2) + a_2 \sum (x_2^2)$$

Donde  $N$  es el número de datos y las incógnitas son  $a_0, a_1$  y  $a_2$ ;  $x_1, x_2$  e  $y$  son, respectivamente, los logaritmos del periodo de retorno, la duración (con el valor de  $c$  agregado de ser necesario) y la intensidad, obtenidos de un registro de precipitación. Una vez calculados los coeficientes  $a_0, a_1$  y  $a_2$  es posible valorar los parámetros  $k, m$  y  $n$  de la ecuación anterior.

## 9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Utilizando la estación climatológica – 30120 ORIZABA (OBS) se hizo un análisis de frecuencia para conocer la precipitación de proyecto y poder determinar los gastos del Río Orizaba, en el punto donde se desplantará el proyecto, con periodos de retorno de 5, 10, 15, 20, 25, 50, 75, 100 y 200 años; obteniendo los siguientes datos:

Tabla 11. Precipitaciones de diseño para cada Tr analizado.

TR	hp
5	104.79
10	124.79
20	134.44
50	140.58
100	144.99
200	157.01

Fuente: Autoría propia a partir de datos del Sistema AFA V.1.0. (IMTA).

Con esto fue posible conocer los gastos a la altura del Río Orizaba, para lo cual se delimitó la respectiva cuenca de aportación y se promediaron los resultados obtenidos en los dos métodos empleados para el estudio.

Tabla 12. Gastos de diseño para cada Tr analizado.

TR	Q [m <sup>3</sup> /s]
20	70.87
25	78.70
50	101.65
75	114.00
100	122.25
200	140.38

Fuente: Autoría propia a partir de datos del Sistema AFA V.1.0. (IMTA).

Esta información será de utilidad para analizar las alternativas de solución propuestas para la protección de la margen del cauce para saber en el estudio hidráulico los niveles que puede alcanzar el cauce de acuerdo al Q (Gasto que puede conducir). Las obras que se proyectarán en el cauce del Río Orizaba seguirán las recomendaciones emitidas por CONAGUA, en las que se plantean los periodos de retorno para la elección de los gastos de diseño de las obras hidráulicas, tomando en consideración la población del sitio; en este caso para este tipo de obras se diseña con un TR de 100 años.



---

Ing. Erika Castillo Barradas  
(Ced. Prof. 5055783)  
- Elaboró -

## 10. REFERENCIAS

- Campos Aranda, D. F. (Enero-Abril de 1989). Estimación de los parámetros óptimos de la distribución Gumbel mixta por medio del algoritmo de Rosenbrock. *Ingeniería Hidráulica en México*, 4(1), 9-18.
- Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W. (1988). *Applied Hydrology*. McGraw-Hill.
- Departamento de Hidrometría de a Comisión Nacional del Agua (CNA) Gerencia Regional Golfo Centro y del paquete Eric III. (s.f.). Datos climatológicos.
- Dirección General de Geografía. Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática. (s.f.). CARTAS TOPOGRÁFICA 1:50,000; CARTAS DE USO DEL SUELO, EDAFOLOGIA Y FOTOGRAFÍAS SATELITALES.
- Haan, C. T. (1977). *Statistical Methods in Hydrology*. Ames, Iowa: Iowa State University Press.
- Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA). (s.f.). Manual del Usuario del Sistema AFA V. 1.0. *Sistema AFA V. 1.0*.
- Kite, G. W. (1988). *Frequency and risk analysis in hydrology*. Water Resources Publications, Colo. St.
- Ponce, V. M. (1989). *Engineering Hydrology, Principles and Practices*. Prentice Hall.
- Secretaría De Agricultura Y Recursos Hidráulicos (SARH). (1987). *Instructivo De Hidrología para determinar La Avenida Máxima Extraordinaria*. México D.F.
- Secretaría De Comunicaciones y Transportes (SCT). (1992). *Métodos Hidrológicos para previsión De Esguimientos*. México D.F.
- Walpole, R. E., & Myers, R. H. (1992). *Probabilidad y Estadística*. Ciudad de México: McGraw-Hill.

